1 2 6 6

1965 г.

1

4



ВОСЕМЬ ЗАДАЧ ПО ГЕОМЕТРИИ

Диафильм по математике
для внеклассной работы
в восьмилетней школе

При выполнении геометрических построений мы используем различные инструменты: линейку, циркуль, угольник, транспортир, малку и другие.

Можно ли с помощью только одного инструмента, например двухсторонней линейки или циркуля, выполнить необходимые построения?

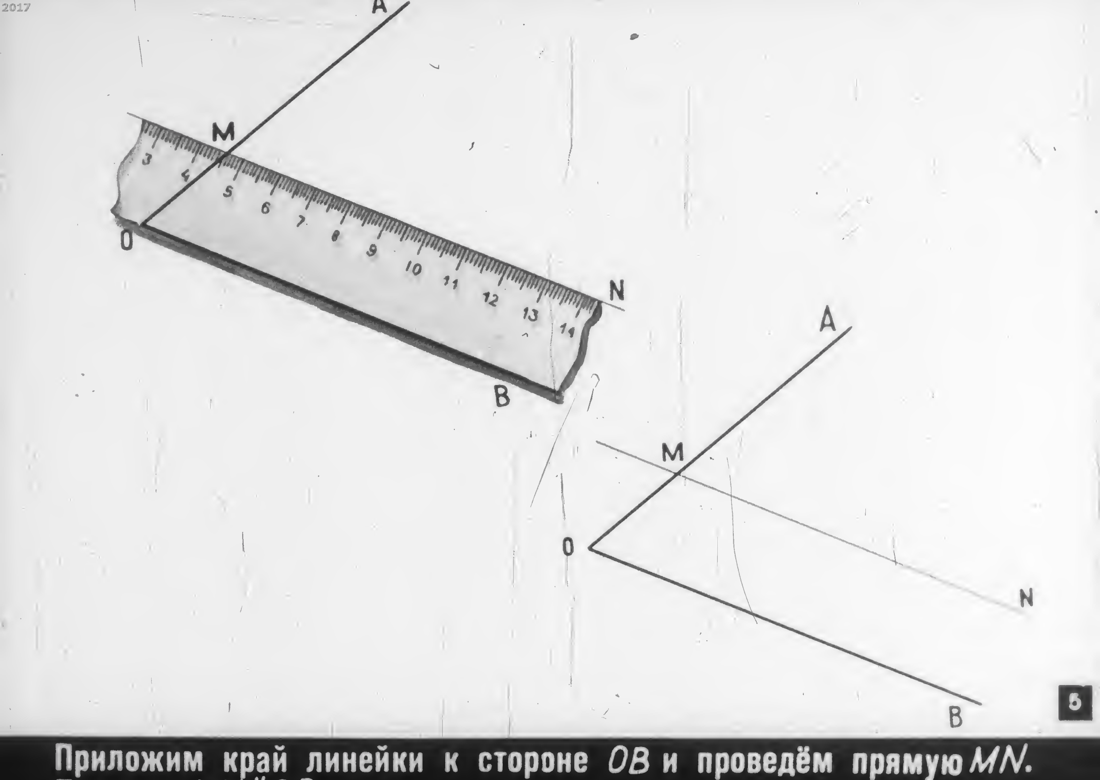


3

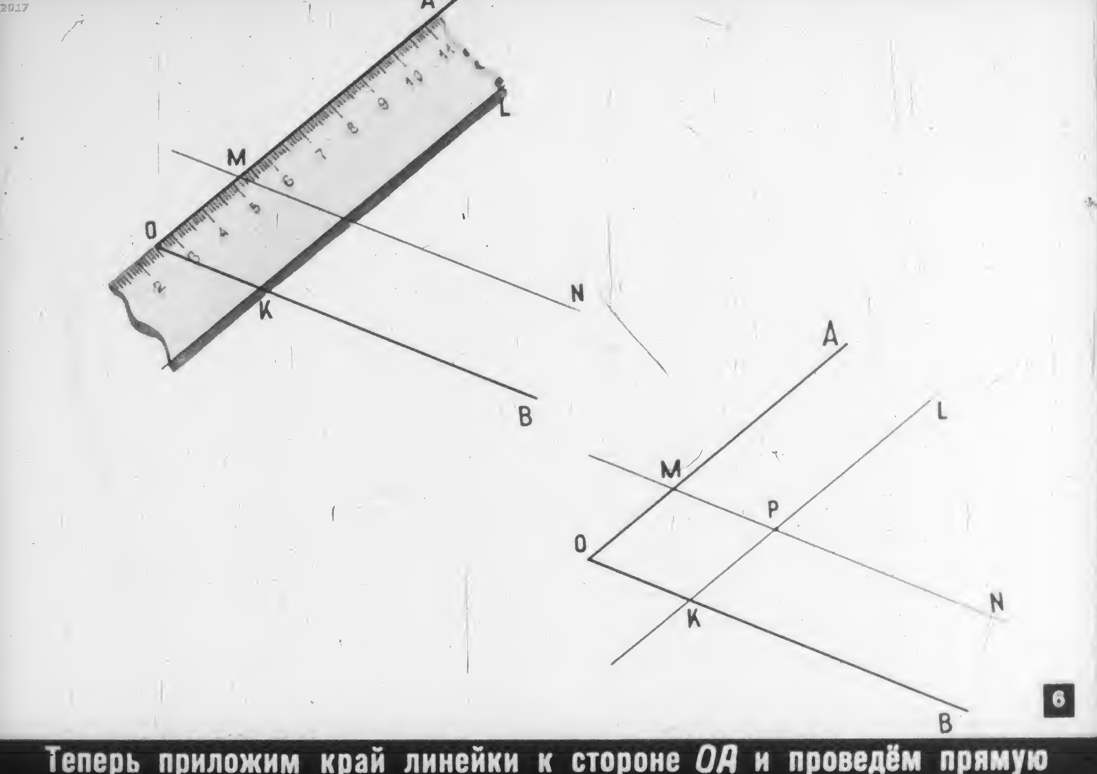
Это — двухсторонняя линейка. Ее края мы считаем строго параллельными. Практически обычную ученическую линейку мы можем считать двухсторонней.

Задача 1.

Только с помощью двухсторонней линейки разделите данный угол пополам.



Приложим край линейки к стороне OB и проведём прямую MN. Получим $MN \parallel OB$.



Теперь приложим край линейки к стороне OA и проведём прямую линию KL. $KL \parallel OA$. Прямые MN и KL пересекутся в точке P.

Проведём луч *OP*. Докажите, что *OP* биссектриса угла.

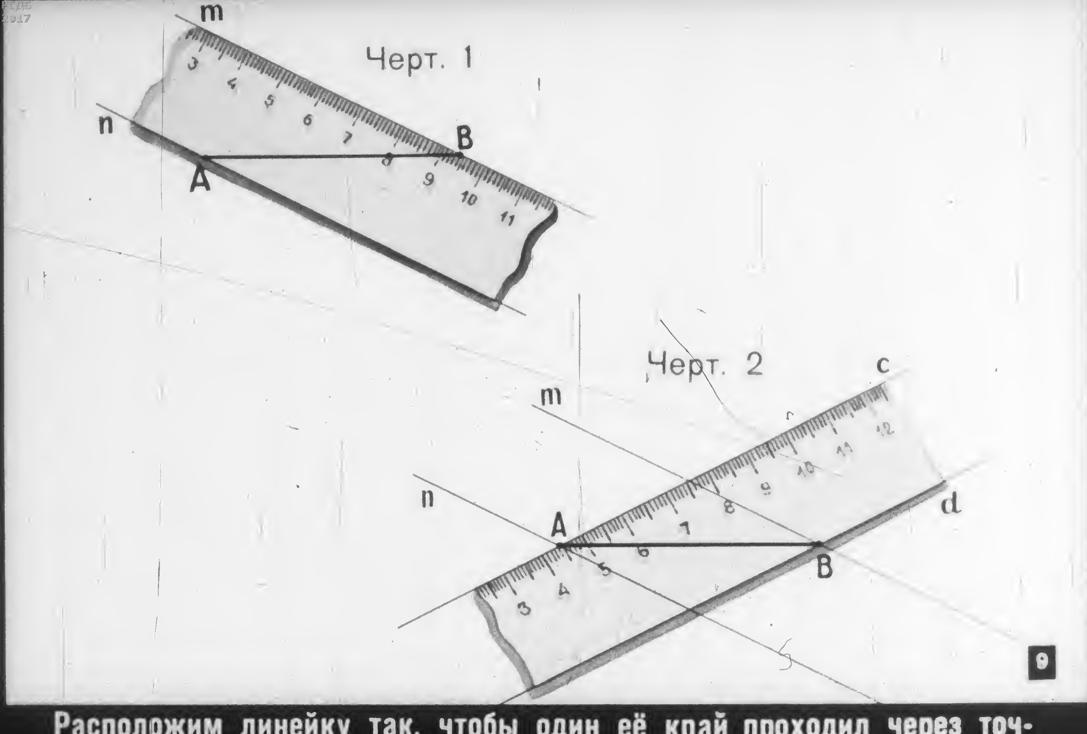
Задача 2.

A

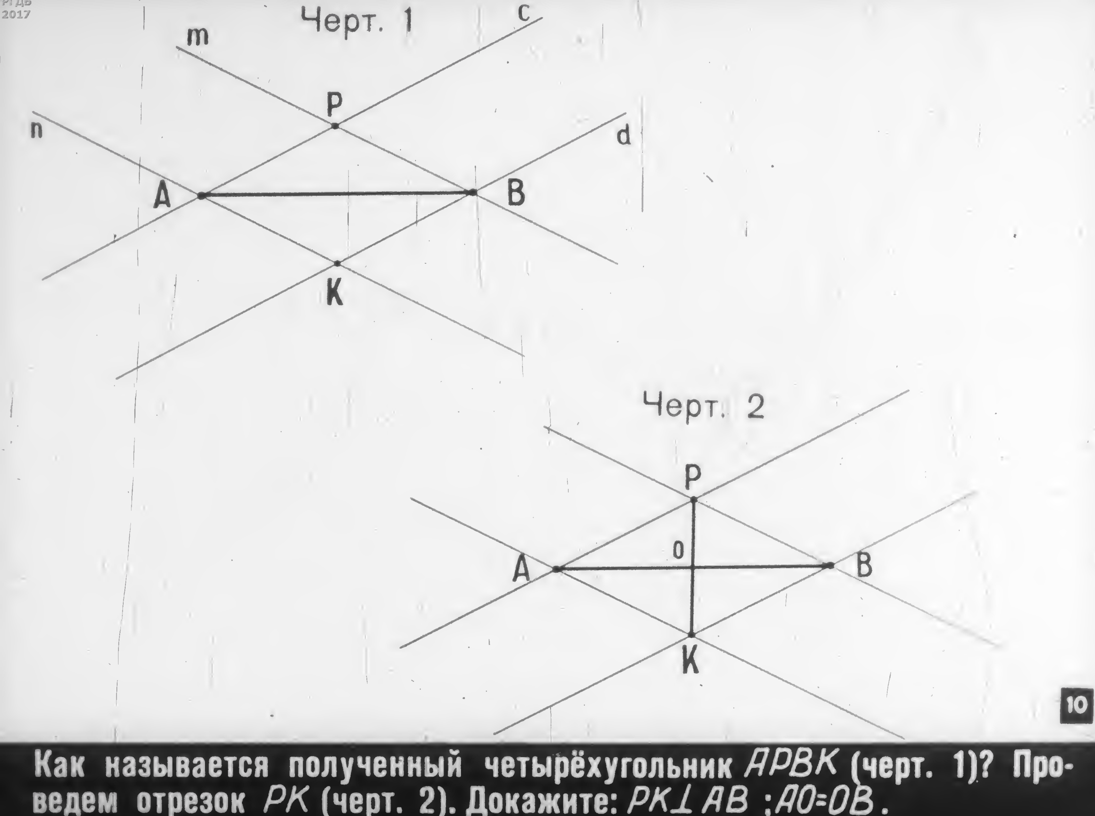
B

8

Только с помощью двухсторонней линейки разделите отрезок AB пополам.



Расположим линейку так, чтобы один её край проходил через точку *A*, а другой – через точку *B* (черт. 1). Проведём прямые *m* и *n*. Теперь расположим линейку так, как на черт. 2, и проведём *c* и *d*.

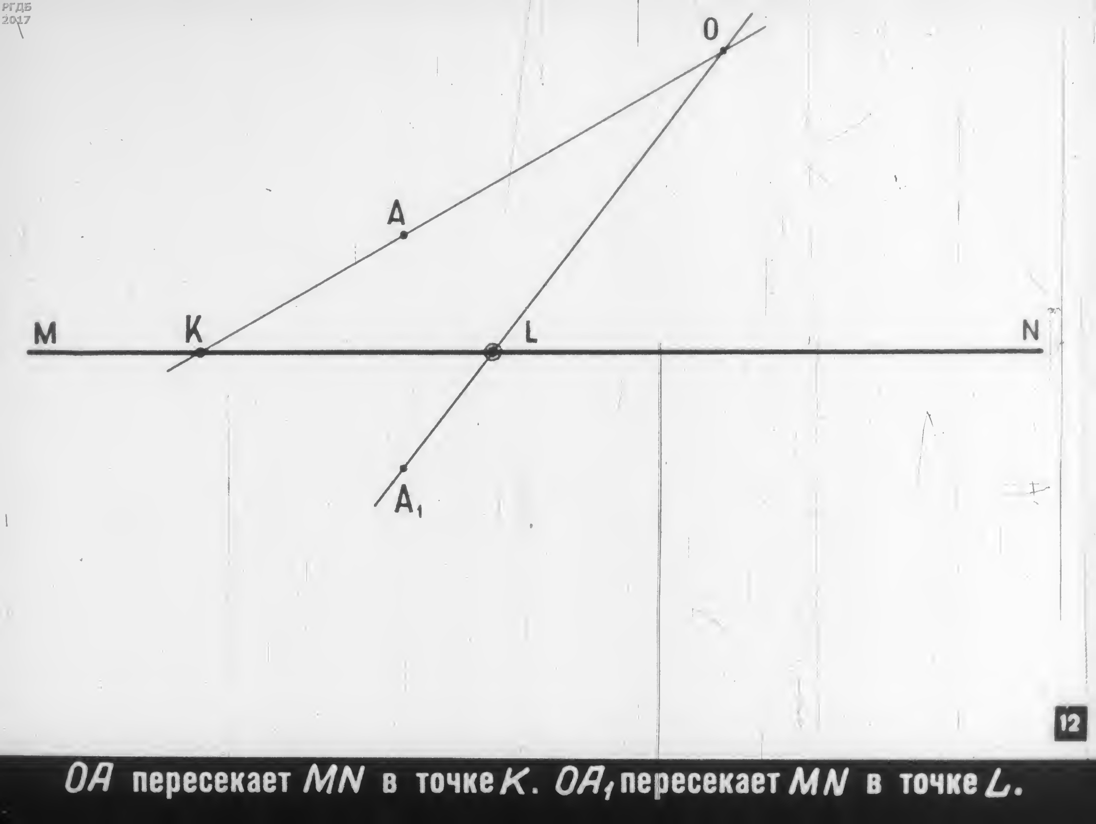


Как называется полученный четырёхугольник *APBK* (черт. 1)? Проведем отрезок *PK* (черт. 2). Докажите: $PK \perp AB$; $AO = OB$.

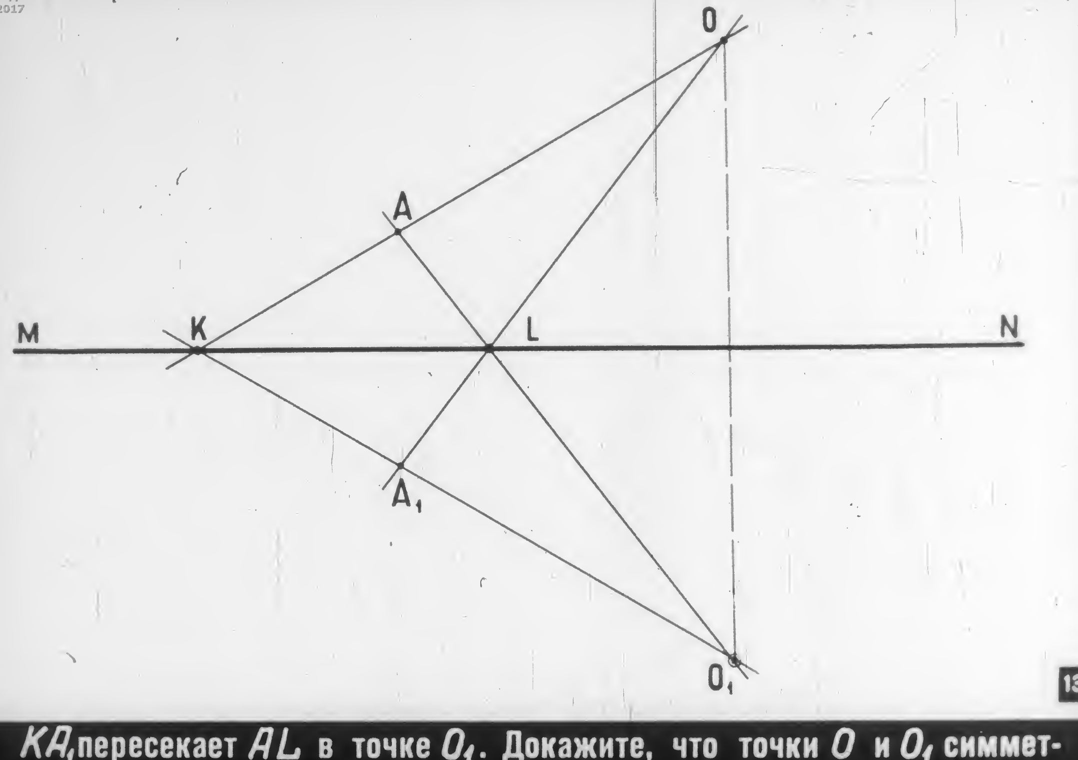
Задача 3.



Точки A и A_1 симметричны относительно прямой MN. Пользуясь только линейкой, постройте точку O_1, симметричную данной точке O относительно прямой M.



OA пересекает MN в точке K. OA_1 пересекает MN в точке L.



KA_1 пересекает AL в точке O_1. Докажите, что точки O и O_1 симметричны относительно MN.

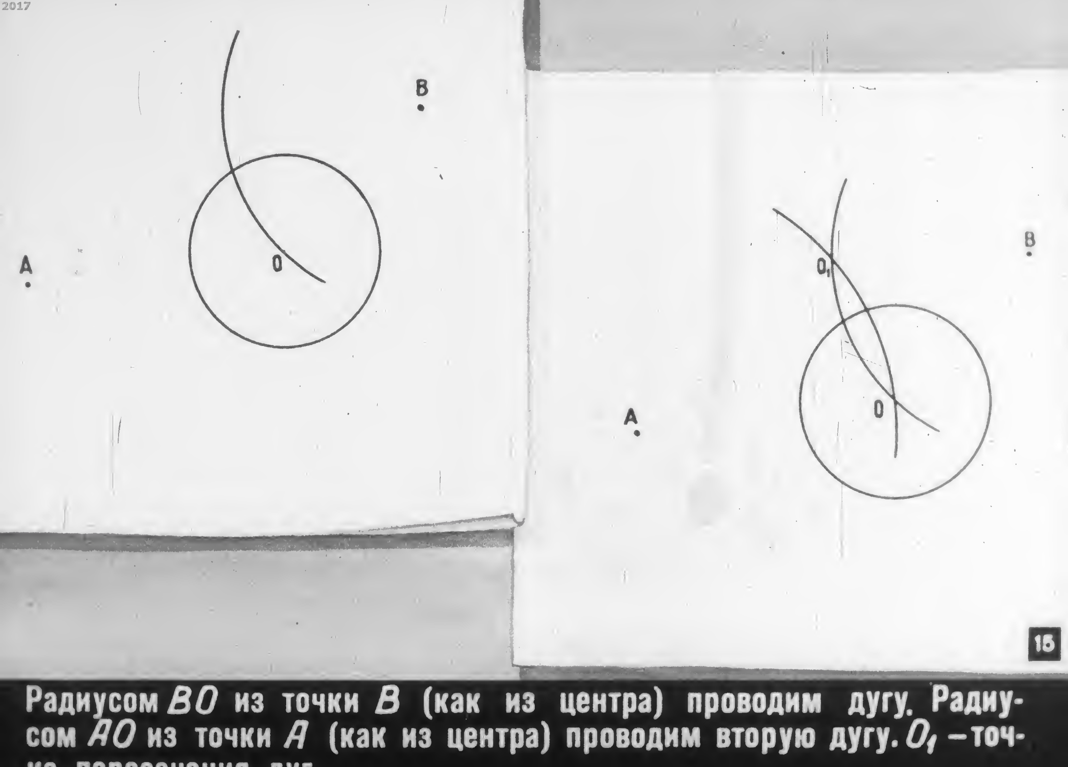
Задача 4.

B.

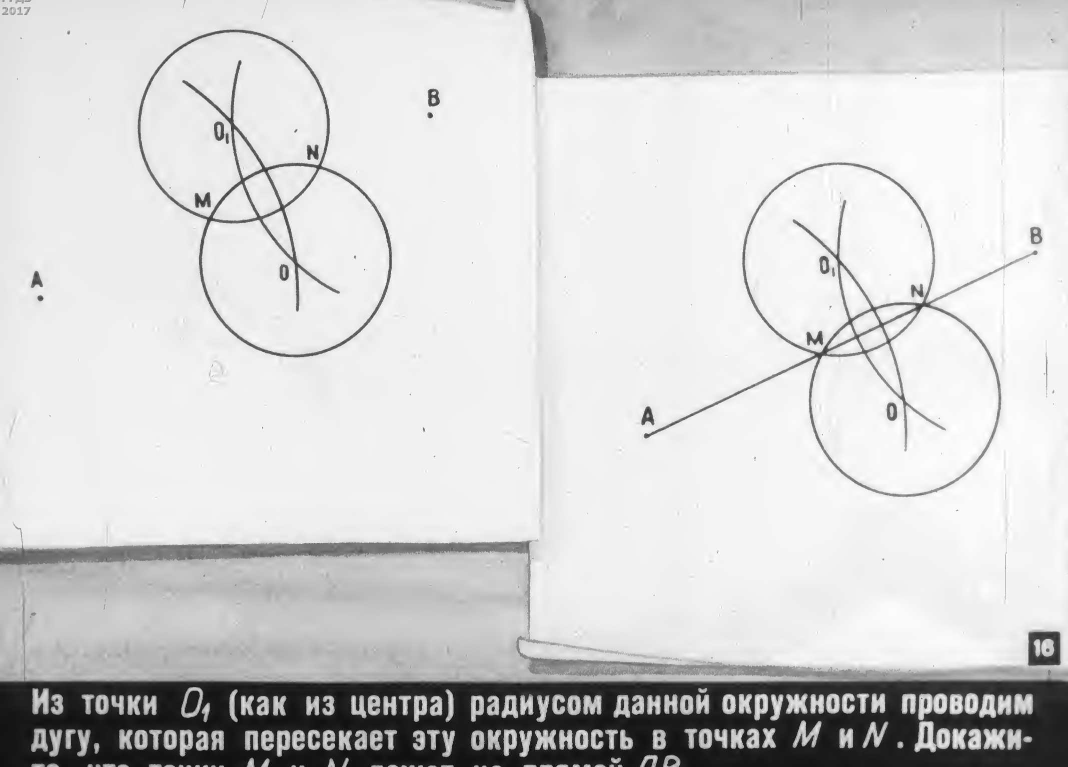
O

A.

Только с помощью циркуля построить точки пересечения прямой AB с окружностью O.



Радиусом BO из точки B (как из центра) проводим дугу. Радиусом AO из точки A (как из центра) проводим вторую дугу. O_1 – точка пересечения дуг.

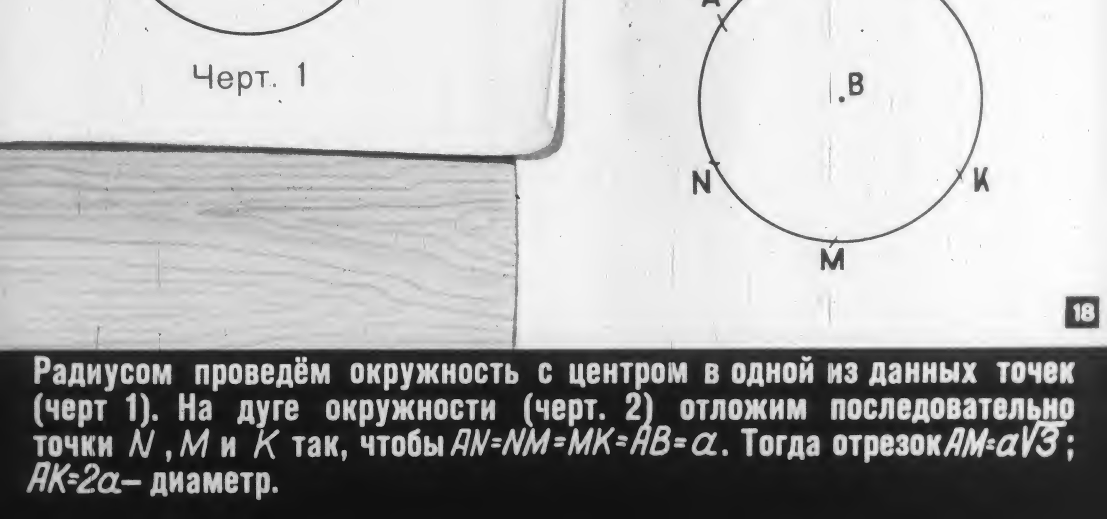


Из точки O_1 (как из центра) радиусом данной окружности проводим дугу, которая пересекает эту окружность в точках M и N. Докажите, что точки M и N лежат на прямой AB.

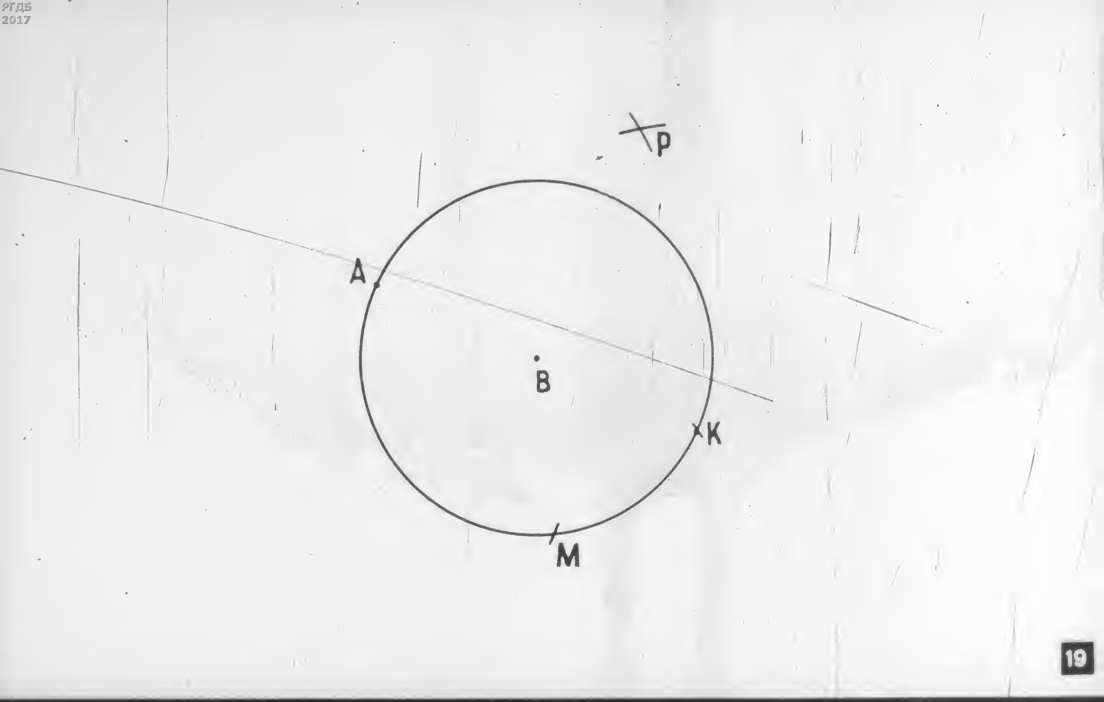
Задача 5.



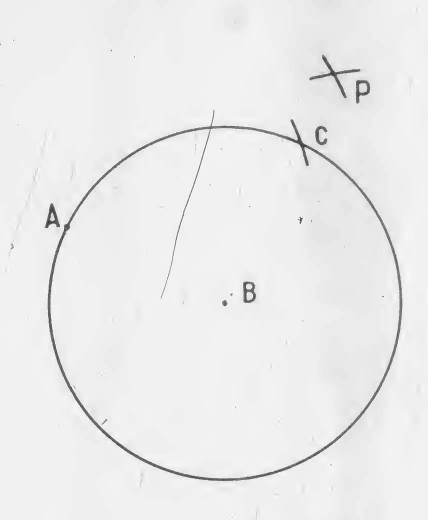
Точки A и B – вершины квадрата (AB – сторона квадрата). Только с помощью циркуля постройте две другие вершины квадрата.



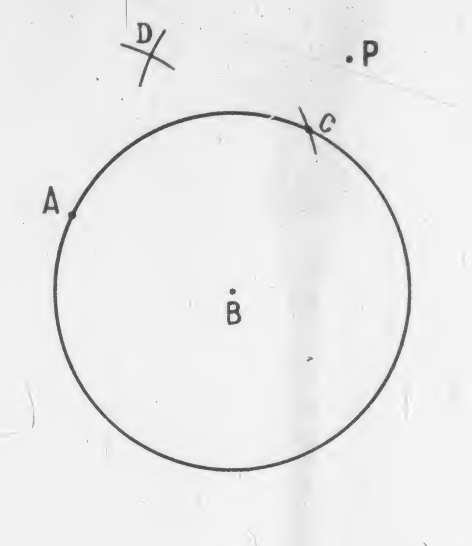
Радиусом проведём окружность с центром в одной из данных точек (черт 1). На дуге окружности (черт. 2) отложим последовательно точки N, M и K так, чтобы $AN=NM=MK=AB=a$. Тогда отрезок $AM=a\sqrt{3}$; $AK=2a$ – диаметр.



Из точек A и K (центры) радиусом, равным AM ($AM = a\sqrt{3}$), проводим две дуги, пересекающиеся в точке P. Отрезок $PB = a\sqrt{2}$ — это отрезок, равный диагонали искомого квадрата.



Радиусом, равным BP ($a\sqrt{2}$), из точки A (центр) проведём дугу, пересекающую данную окружность в точке C. Точка C – вершина квадрата.



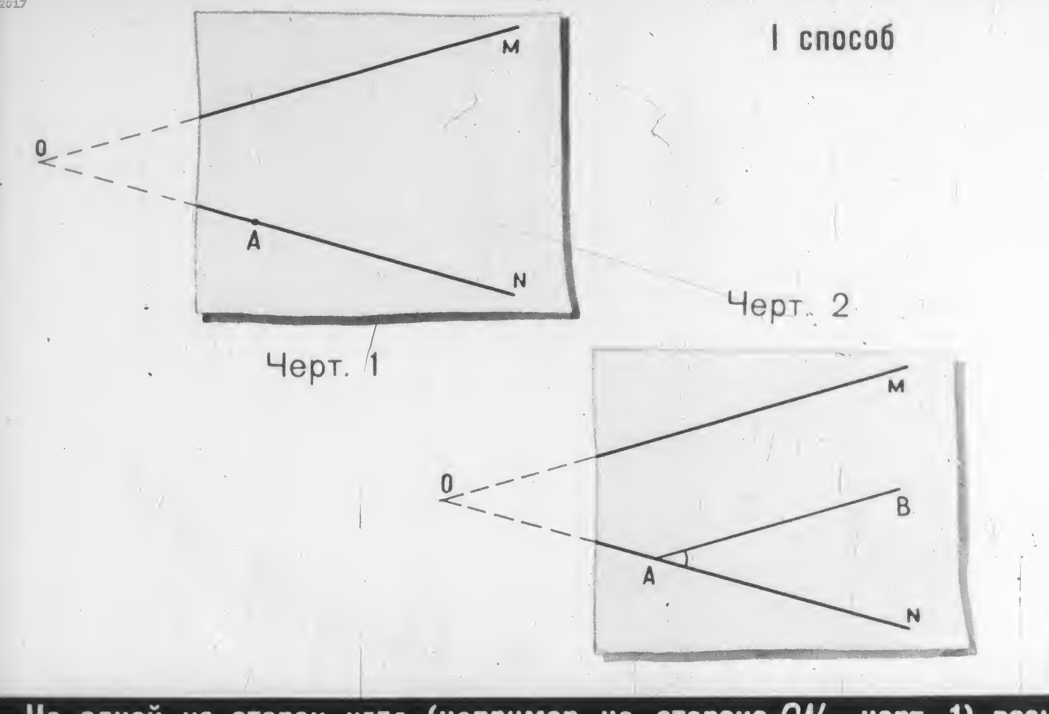
Построим четвертую вершину: $BД = PB = a\sqrt{2}$; $AД = a$.

Теперь рассмотрим несколько примеров, когда ограничения при выполнении построений связаны не только с выбором инструментов, но и с наличием недоступных элементов (например недоступных точек), а также с ограниченными частями плоскости (лист бумаги, часть плоской поверхности детали), на которых выполняется построение.

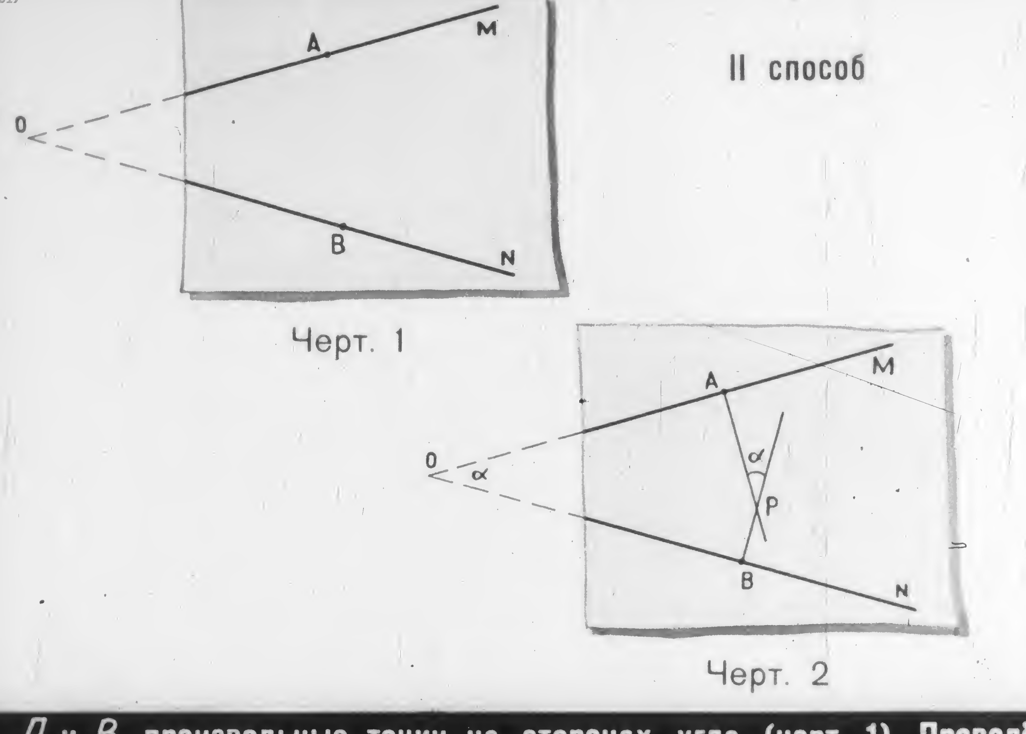
Задача 6.



Определить величину угла MON, вершина (точка O) которого недоступна.



На одной из сторон угла (например на стороне *ON*, черт. 1) возьмём произвольную точку *A*. Проведём *AB*∥*OM* (черт. 2), измерим угол *BAN*.

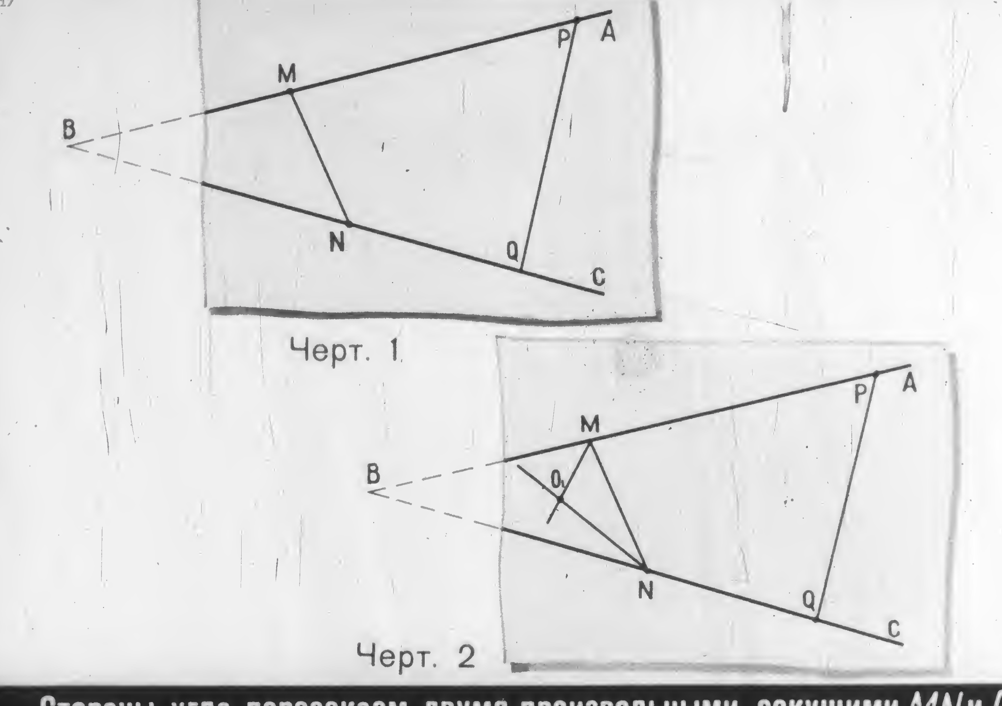


A и *B* произвольные точки на сторонах угла (черт. 1). Проведём $AB \perp OM$ и $BP \perp ON$ (черт. 2) $\angle\alpha = \angle MON$ (докажите).

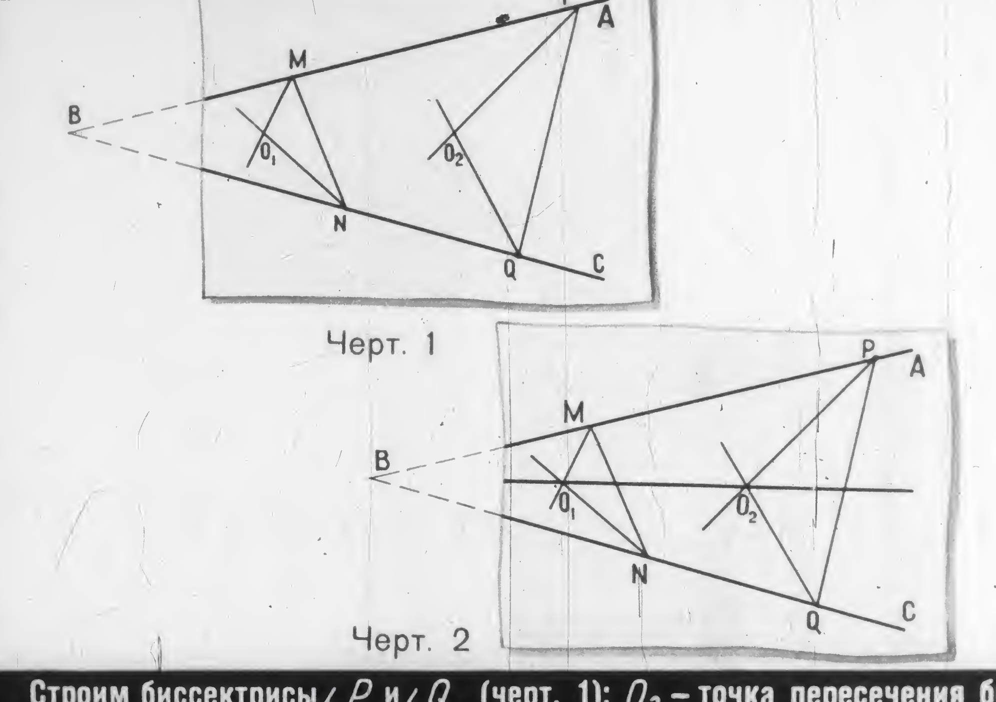
Задача 7.



Разделить пополам угол, вершина которого недоступна.



Стороны угла пересекаем двумя произвольными секущими MN и PQ (черт. 1). Строим биссектрисы M и N (черт. 2); O_1 – точка пересечения биссектрис.



Черт. 1

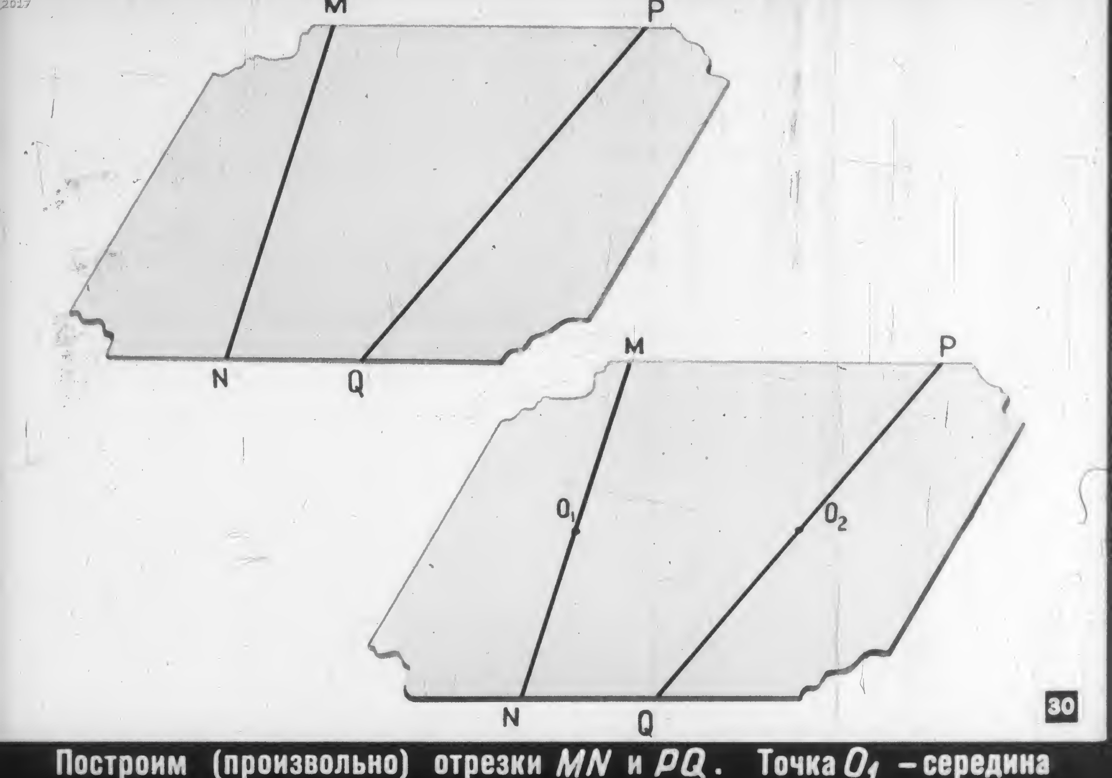
Черт. 2

Строим биссектрисы $\angle P$ и $\angle Q$ (черт. 1); O_2 – точка пересечения биссектрис. Докажите, что прямая O_1O_2 (черт. 2) – искомая биссектриса данного угла.

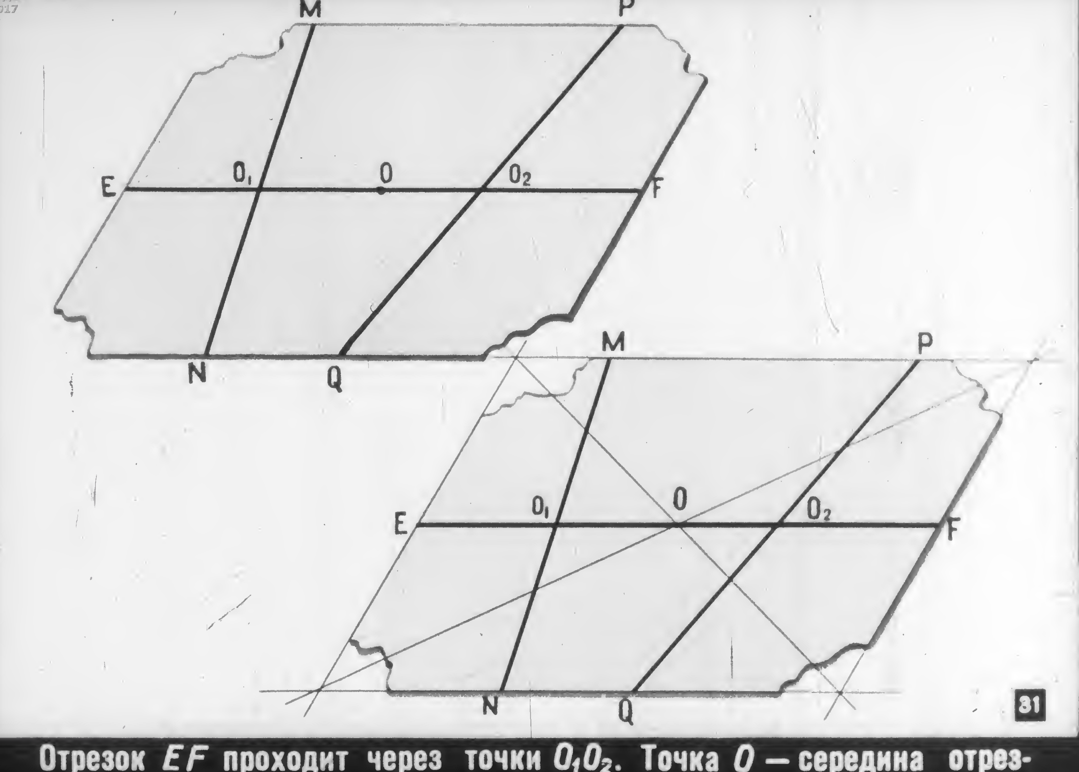
Задача 8.



Определить центр металлической пластинки, имеющей форму параллелограмма, у которого отломаны углы.



Построим (произвольно) отрезки MN и PQ. Точка O_1 – середина отрезка MN; O_2 – середина отрезка PQ.



Отрезок EF проходит через точки O_1O_2. Точка O — середина отрезка EF. Докажите, что точка O — центр симметрии параллелограмма.

Конец

Автор А. Пышкало
Художник-оформитель Г. Рожковский
Редактор В. Лаунберг

Д-19-64

Студия „Диафильм“, 1964 г.
Москва, Центр, Старосадский пер., д. № 7

Черно-белый 0-20